

LA IRRUPCIÓN DE LA GEOMETRÍA FRACTAL



José Luis Villalba P.

Comunicador social. Académico.
Facultad de Arquitectura y Diseño.
Universidad Finis Terrae.

Desde que el matemático polaco-francés Benoît Mandelbrot publicara su libro *“Los Objetos Fractales. Forma, azar y dimensión”* (Mandelbrot, 1975), no pasaron muchos años para que la geometría fractal se expandiera vertiginosamente por todo el mundo ganando adeptos en la mayoría de las disciplinas del saber humano. Aparte de las ya muy numerosas publicaciones especializadas no deja de impresionar los miles de sitios en INTERNET que tratan el tema bajo los más diversos enfoques. (Solamente en el portal northernlight.com se pueden detectar actualmente más de 10.000 sitios bajo el tópico *“Fractal Geometry”*)

Mandelbrot acuñó el término “fractal” a partir del adjetivo latino *fractus* que significa roto, quebrado. Consideró que este era un nombre apropiado —*nomen est numen*— para abordar desde las matemáticas, una serie de formas de la naturaleza, como las arborescencias, grietas, rugosidades y muchos otras que, desde los tiempos de Euclides, habían sido desechados por informes o inclasificables según los modelos ideales de la geometría clásica. “Ni las nubes son esféricas, ni las montañas cónicas, ni tampoco el rayo es rectilíneo... Todo ello significa un desafío: investigar la naturaleza de lo amorfo”, acotó Mandelbrot en la que terminaría siendo su obra capital: *La Geometría Fractal de la Naturaleza* (Mandelbrot, 1983).

John Briggs, doctor en Psicología y en Estética, ilustra su notable libro *Fractals. The patterns of chaos* (Briggs, 1992) con cen-

tenares de fotos y dibujos que muestran toda clase de escenas de los reinos de la naturaleza como también aspectos anatómicos y fisiológicos del ser humano. Ello permite ver con mucha eficacia la relación entre los fractales y los patrones morfogénicos. “Si te gustan los fractales, es que estás hecho de ellos”, acota con agudeza. Ciertamente nuestra visión de las circunvalaciones cerebrales, de la ramificación de los vasos capilares, de los alvéolos bronquiales y del interior de las células —todos ellos objetos fractálicos— ya nunca más será la misma. Como tampoco lo será la forma de las dunas en el desierto, ni la del borde de las costas, ni la de los huracanes, ni la de la distribución de las estrellas en el firmamento.

No solamente el mundo circundante había atrapado desde temprano la atención de Mandelbrot sino también una serie fenómenos tales como las oscilaciones del precio del algodón durante decenas de años, las irregulares crecidas del Nilo, el movimiento errático o *browniano* de ciertas partículas, la frecuencia con que se repiten las palabras en un texto escrito, la intermitencia en la transmisión de señales acústicas y muchos otros de diversas índoles. Tras todos ellos constataba, gracias a la incipiente tecnología computacional del Centro de Investigación Thomas J. Watson de IBM en Nueva York, la presencia de ciertas características comunes. Por muy irregulares o inestables que fueran las formas o los diversos tipos del acontecer, siempre se podía encontrar ciertos patrones regulares relacionados con las *recursividades* (o reiteración sistemática a diversas escalas) con las *autosemejanzas* (similitud entre las partes y el todo) y *magnitudes infinitas* de algunos de sus componentes dimensionales (como ser la longitud o el área). A la postre, orden dentro de un aparente desorden. En cierto modo, Mandelbrot se adentraba por su cuenta en un territorio en que diversos científicos, como M. Feigenbaum, E. Lorenz, R. Shaw y otros, también investigaban en silencio sin que aún dieran a conocer por completo sus resultados. Este territorio se conoce hoy bajo el nombre de *teoría del caos* y está generando profundos cambios en el ámbito de la ciencia, la tecnología y la cultura. Más aún, es uno de los componentes más potentes del actual cambio de paradigma. (Cf. Gleick, 1988).

¿Qué son los fractales?

Dado los postulados de Mandelbrot, el aporte de un gran número de seguidores y el impacto que todo ello está causando, podríamos considerar a los fractales desde los siguientes enfoques:

1.- Los fractales son *objetos*. Para Mandelbrot ellos pueden ser indistintamente naturales o matemáticos. En otras palabras, pueden ser especímenes de la naturaleza, o bien, figuras geométricas construidas manualmente —los más simple— o mediante procesos computacionales —los más complejos—. Otros, de acuerdo al tratamiento aplicado, los consideran también formas estéticas. En este caso habría fractales no solo visuales sino también musicales.

En cuanto objetos, todos tienen características comunes como ser la autosemejanza o invarianza bajo escala, la dimensión fraccionada, el ser desplegados en virtud de un algoritmo o instrucción matemática, y algunas otras de carácter más complejo. Uno de los ejemplos más socorridos para mostrar un fractal natural es el de la coliflor. La parte que comemos de este vegetal está formada por diversos conglomerados que son muy semejantes al total. La fotografía cercana de uno de estos conglomerados no difiere a la que se obtiene registrando el conjunto. Son formas autosemejantes, donde la parte es —si no idéntica— muy similar al todo. Lo mismo podemos decir de los helechos, del contorno de las nubes o de las líneas costeras.

Entre los fractales matemáticos más conocidos se encuentran el triángulo de Sierpinski, la curva de Koch, el polvo de Cantor y el mismo Conjunto de Mandelbrot, el cual, según algunos, sería el objeto matemático más complejo y sorprendente de todos los tiempos (ver fig. 1 y 2). En cuanto sean objetos estéticos, las opiniones están divididas. El antropólogo Claude Lévy Strauss, fundador del *estructuralismo* los considera un arte menor, aunque de gran eficacia decorativa. (Lévy Strauss, 1994). Juicio muy comprensible toda vez que se trata de estructuras formales —ya visuales o auditivas— generadas con pautas pre-determinadas (aunque en el despliegue de su proceso se modifiquen

aleatoriamente). Ciertamente el arte es un asunto de formas más que de fórmulas.

2.- Los fractales se asocian a ciertos *procedimientos técnicos* para generar, comprimir y transmitir imágenes. Mediante el uso de complejos programas computacionales pueden obtenerse imágenes de un sorprendente realismo como las que ha logrado obtener M. Barnsley. (Barnsley, 1993) (ver fig. 3). Esta posibilidad, la ha aprovechado rápidamente el cine de *matinée* para ampliar su gama de efectos especiales. Superproducciones que asombran a millones de espectadores muestran impactantes paisajes, complejas escenografías, incluso enormes movimientos de masas, que son por completo inexistentes en la realidad. Han sido creados artificialmente valiéndose de fractales y otros modelos matemáticos. En este punto empezamos a percatarnos que el tema de *la realidad virtual* está más extendido de lo que creemos, poniendo en el tapete consideraciones de otra índole. Entre medio de la *res extensa* y la *res cogitans* que propuso Descartes para describir el mundo, hoy los fractales hacen emerger, con inusitada potencia, lo que podríamos llamar la *res virtualis*.

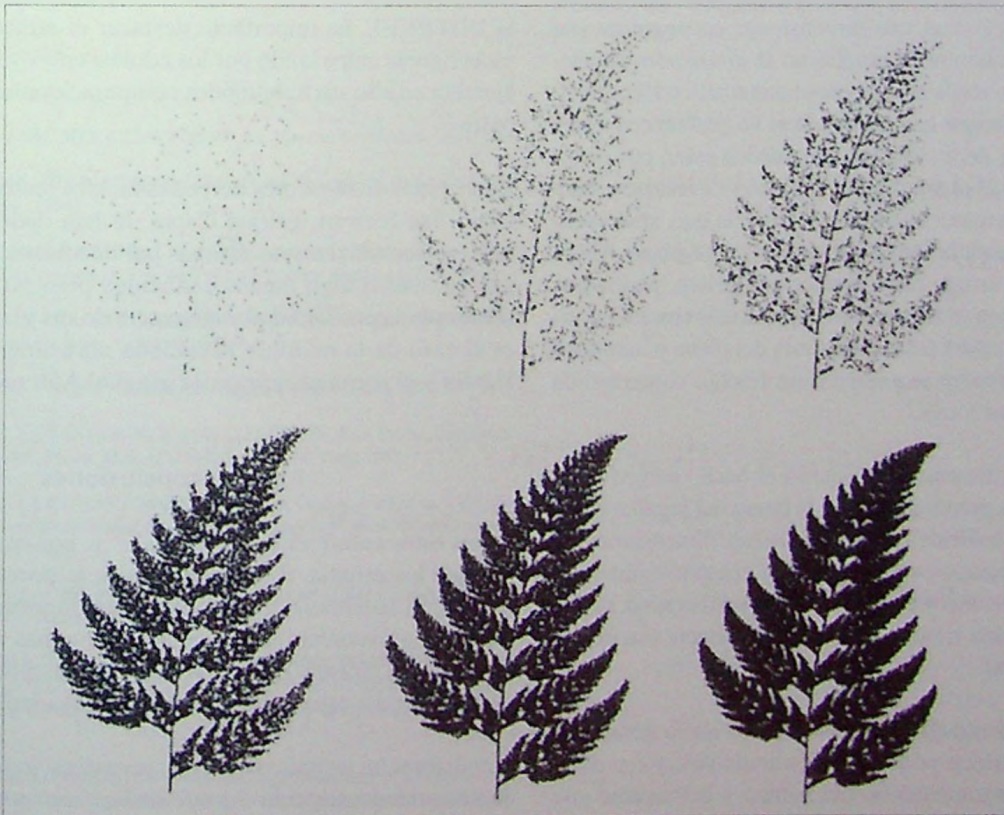
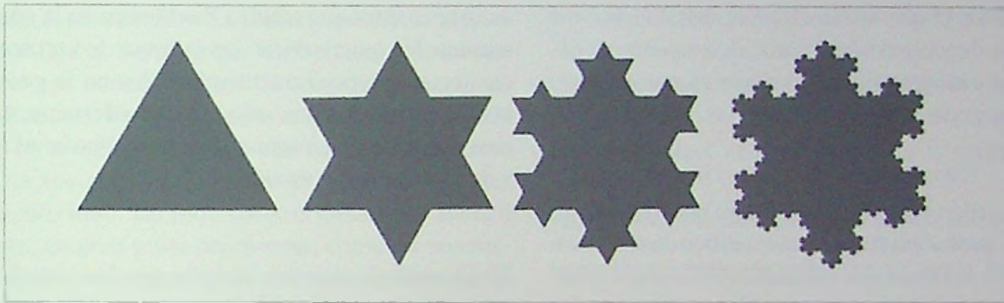
3.- Los fractales se han constituido en *modelos analíticos*. Muchas disciplinas profesionales se están valiendo de la geometría fractal para estudiar y resolver los más variados fenómenos. Los economistas, por ejemplo, están usando modelos fractálicos para analizar la inestabilidad de los mercados. (Cf. E. Peters, 1994). Los geólogos los emplean para estudiar las configuraciones geológicas y los fenómenos geofísicos (Cf. Turcotte, 1997). Los psicólogos, para describir algunos procesos inferenciales en niños (Cf. Labra, Canals, Santibáñez, 1997). También se pueden considerar desde esta perspectiva las investigaciones antropológicas acerca de la arquitectura, del urbanismo y de los diseños en el continente africano que se valen de dichos modelos fractálicos (R. Eglash, 1999). A la lista de aplicaciones se podrían agregar muchas otras que están haciendo químicos, físicos, astrónomos, ingenieros, biólogos, sociólogos y todo tipo de profesionales. No hace mucho, Ilya Prigogine, uno de los más destacados científicos de nuestra época, escribió: "Una formulación estadística de las leyes de la naturaleza requiere un nuevo

(arriba) La curva de Koch o copo de nieve

Aquí se muestra la construcción de uno de los más conocidos fractales. Mientras el área de la figura tiende a estabilizarse, el perímetro tiende al infinito.
(Trabajo computacional de Daniel Cavas)

(abajo) Construcción de un helecho

A partir de un simple algoritmo y una graficación aleatoria o «juego de caos».
(Trabajo de Daniel Cavas según modelo de M. Bamsley)



arsenal matemático en el que las funciones generalizadas, los "fractales" como los denominó Mandelbrot, desempeñen un papel importante. Así, este desarrollo constituye un nuevo ejemplo del diálogo fecundo entre la física y las matemáticas" (Prigogine, 1997.)

4.- Los fractales pueden también verse como un *instrumento epistemológico*. La geometría fractal nos modifica como observadores del mundo y del acontecer humano, como hemos señalado de pasada en los párrafos precedentes. Es que, Mandelbrot, de partida cuestiona las categorías espacio temporales poniendo en tela de juicio la efectiva dimensión que tienen los objetos materiales. A las clásicas tres dimensiones consagradas por Aristóteles añade una nueva propuesta: la *dimensión fraccionada*, ampliando la senda abierta por el matemático Hausdorff. Con ello demuestra que hay objetos que no pertenecen a una sola dimensión. Es decir, objetos que pueden estar, por ejemplo, entre la línea y el plano, o entre el plano y el volumen. Para verificar esto basta tomar una hoja de papel, la que, abstrayendo del espesor, tendría las dos dimensiones de un plano. Ahora bien, si la hoja se arruga hasta formar una pelota, podríamos hablar de un volumen tridimensional. Pero si estiramos un poco la hoja, esta ya no tendrá las dimensiones del plano ni tampoco las del volumen. Tendrá una dimensión fractal, comprendida entre los valores dos y tres.

La revisión de las dimensiones alcanza el hecho subjetivo de validar lo real. Una pelota de golf en la mano del jugador es un pequeño volumen esférico (un objeto de tres dimensiones), a los ojos de los espectadores es un punto en el espacio (un objeto carente de dimensión) y para una hormiga del césped, puede presentarse como una extensa superficie ondulante (un objeto de dos dimensiones).

Quienes se han adentrado en los postulados de la geometría fractal, también pueden adquirir otra mirada del arte y de la cultura. Los sutiles tratamientos del tiempo y del espacio que emplean, por ejemplo, Proust, Kafka o Borges adquieren una nueva perspectiva. O se empieza a estar atento a las estructuras

autosemejantes que emplea Beethoven en la composición de sus sonatas. No quiero decir con esto que los artistas empleen conscientemente procedimientos basados en la geometría fractal, ni mucho menos. Lo que solo pretendo destacar, es que hoy contamos con un nuevo instrumento para abordar el modo de conocer y de representar al mundo..

5.- Finalmente, los fractales se pueden estudiar hoy como un *acontecimiento cultural*. Parte de este fenómeno ya lo hemos señalado a lo largo de estas líneas, como ser su modo de divulgación a través de los nuevos espacios comunicacionales tales como la INTERNET. Es importante destacar el atractivo que ejercen estas figuras empezando por los adolescentes y la posibilidad de ejercitar en ello sus habilidades computacionales y de manejo de redes.

Connotados divulgadores del pensamiento científico, como James Gleik, Ian Stewart, Fritjof Capra, le han dado a este tema un sitio preferencial en sus últimas publicaciones. A ellos se agregan ensayistas algo menos conocidos pero no menos sorprendentes por la profundidad y elegancia de sus planteamientos. Tal es el caso de la múltiple licenciada norteamericana Katherine Hayles y el premiado ensayista español Antonio Escohotado.

Algunas conclusiones

Todos estos enfoques de los fractales y, por ende, de la geometría que los estudia, deja en evidencia la necesidad urgente de investigar, sistematizar, y divulgar este importante hecho en los claustros universitarios. Así como en muchas universidades de América del Norte y Europa ya se está haciendo, es hora de que en nuestro país esto se formalice a la brevedad posible.

Mandelbrot ha gustado situar sus investigaciones en el contexto de una gran descripción o *grafé* de las formas y de los fenómenos, más que en una teoría o *logos* que le hubiera dado un marco conceptual algo más trascendente. Aquí se abren dos posibilida-

des para ahondar en estos estudios. La primera se orienta al que-hacer práctico y obliga a ciertas especializaciones y dominios preliminares como ser conocimientos básicos de matemáticas modernas, estadísticas, teoría de conjuntos, programación computacional y otras disciplinas que aún no son de dominio muy extendido. La segunda se perfila en el territorio de la reflexión y de la creatividad. En todo caso, el desafío se suma a otros que están aún, en gran parte pendientes, como ser una mayor divulgación de la teoría general de sistemas de Bertalanfy. Los cambios que vivimos en una sociedad globalizada, mediatizada y en radical transformación, ameritan una respuesta urgente a estas inquietudes.

BIBLIOGRAFÍA

- BARNESLEY, Michael. *FRACTALS EVERYWHERE*. Ed. Morgan Kaufmann, USA. 198
- BRIGGS, John. *FRACTAL. THE PATTERN OF CHAOS*. Ed. Thames and Hudson, London 1992. (reimpreso en USA, 1994)
- CAPRA, Fritjof. *LA TRAMA DE LA VIDA. Una nueva perspectiva de los sistemas vivos*. Ed. Anagrama. 1998. (Título original: *The Web of Life*. Anchor Books, N. York, 1996)
- EGLASH, Ron. *AFRICAN FRACTALS. MODERN COMPUTING AND INDIGENOUS DESIGN*. Rutgers University Press, London, 1999.
- ESCOHOTADO, Antonio. *CAOS Y ORDEN*. Ed. Espasa Calpe, Madrid, 1999.
- GLEICK, James. *CAOS. LA CREACION DE UNA CIENCIA*. Ed. Seix Barral, Barcelona, 1988-1994. Título original: *Chaos. Making a New Science*, N. York, 1987.
- HAYLES, N. Katherine. *LA EVOLUCION DEL CAOS*. Ed. Gedisa, Barcelona, 1998. Título original: *Chaos Bound. Orderly and disorder in Contemporary Literature and Science*. Cornell University Press, 1990.
- JURGENS, PEITGEN Y SAUPE. *EL LENGUAJE DE LOS FRACTALES*. Revista Investigación y Ciencia N° 169, Barcelona, 1990.
- LABRA, CANALS Y SANTIBAÑEZ. *DESCRIPCIONES FRACTALES DE PROCESOS INFERENCIALES EN NIÑOS DURANTE LA CREACIÓN DE HIPÓTESIS TENDIENTES A LA SOLUCION DE PROBLEMAS*. Revista de Psicología de la Universidad de Chile, vol. VI de 1997.
- MANDELBROT, Benoit. *LOS OBJETOS FRACTALES. Forma, azar y dimensión*. Ed. Tusquets, Barcelona, 2000. Título original: *Les Objets fractals. Forme, hasard et dimension*. Ed. Flammarion, Paris, 1975.
- MANDELBROT, Benoit. *LA GEOMETRÍA FRACTAL de la naturaleza*. Ed. Tusquets, Barcelona, 1997. Título original: *The Fractal Geometry of Nature*. Ed. Freeman, N. York, 1983.
- MC GUIRE, Michael. *AN EYE FOR FRACTALS*. Addison-Wesley Publ. Co. USA-CANADA, 1991.
- TURCOTTE, Donald. *FRACTALS AND CHAOS IN GEOLOGY AND GEOPHYSICS*. Cambridge University Press. U.K., USA, Australia. 1992.
- PEITGEN Heinz-Otto y RICHTER Peter H. *LA BELLEZZA DEI FRATTALI. Immagini di sistemi dinamici complessi*. Ed. Bollati Boringhieri, Torino, 1997. Título original: *The beauty of fractals. Images of complex Dynamical Systems*, Berlin, N. York, 1996.
- PETERS, Edgar E. *FRACTAL MARKET ANALYSIS. Applying Chaos Theory to Investment & Economics*. Ed. John Wiley & Sons Inc. 1994, USA.
- STEWART, Ian y GOLUBITSKY, Martin. *¿ES DIOS UN GEOMETRA?* Ed. Grijalbo, Barcelona 1995.

D
O
C
U
M
E
N
T
O

