

# ESTRATEGIA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

## Educando para la vida



Marcela Beck O.  
Escuela de Educación  
Universidad Finis Terrae

### Introducción

La capacidad de resolver problemas cumple un rol fundamental en el desenvolvimiento del ser humano durante todo el desarrollo de su vida; de ella depende, en gran medida, el nivel de éxito o fracaso que pueda lograr en el ámbito escolar, laboral, socio-afectivo y, en casos más extremos, las propias posibilidades de supervivencia.

Desde este punto de vista, surge la necesidad de guiar a nuestros alumnos para que logren aprender y aplicar algún tipo de estrategia que les facilite solucionar diversos problemas a lo largo de toda su vida; sin embargo, éste pareciera ser un objetivo demasiado ambicioso y difícil de alcanzar.

El sector de aprendizaje de Educación Matemática es al que más se le relaciona con la resolución de problemas, y podría ser ésta una buena razón para comenzar con la enseñanza de estrategias de resolución de problemas desde los primeros niveles de la educación formal, de manera sistemática y continua, para luego integrarlas a los diferentes sectores de aprendizaje.

El propósito de este escrito es dar a conocer algunas estrategias de resolución de problemas que pueden ser enseñadas a través del Sector de Aprendizaje de Educación Matemática, con el fin de proporcionarle a los alumnos las herramientas necesarias para llegar a la solución, ayudándolos a organizarse mentalmente y a centrarse en los datos más relevantes.

Una vez adquiridos dichos aprendizajes, los alumnos podrán transferir sus conocimientos a los diferentes sectores de enseñanza y, finalmente, lograr aquel ambicioso, pero no inalcanzable, objetivo planteado.

### I. Enseñanza de las matemáticas

En la actualidad, la Nueva Reforma del Sistema Educativo da gran importancia a la necesidad de dar énfasis a la resolución de problemas como contenido del currículum de la educación obligatoria. Específicamente, en el subsector de aprendizaje de Educación Matemática, el interés por la resolución de problemas se debe a la idea de que el pensamiento lógico-matemático promueve el razonamiento en otros campos del conocimiento, además, una mayor profundización en los conocimientos y procedimientos matemáticos ayudaría a la evolución de otras ramas científicas y tecnológicas e, incluso, a resolver más efectivamente las tareas cotidianas.

Como bien lo señala J. I. Pozo (1994) orientar el currículum hacia la solución de problemas implica buscar y diseñar situaciones lo suficientemente abiertas, como para inducir en los alumnos una búsqueda y apropiación de estrategias adecuadas para encontrar respuestas a preguntas no sólo escolares, sino también de su realidad cotidiana. Sin embargo, "pareciera ser que uno de los problemas más complejos del docente en la actualidad es el buscar cuestiones significativas para el alumno del siglo XXI" (L. Cattaneo y otros, 1997). Esto queda de manifiesto al comprobar los tipos de problemas y las metodologías utilizadas por la mayoría de los profesores en el subsector de aprendizaje de educación matemática.

Al respecto, diversas investigaciones realizadas recientemente en E.E.U.U. (Schoenfeld, 1985, 1988; Lamper, 1990; en J. I. Pozo y otros, 1994) han demostrado que los estudiantes consideran las matemáticas y la resolución de problemas como un conocimiento descontextualizado, y cuyo aprendizaje sólo tiene como objetivo el mecanizar y aplicar operaciones y reglas matemáticas con el fin de llegar al resultado correcto y así obtener buenas calificaciones. Algunas de las creencias típicas de los estudiantes sobre la naturaleza de las matemáticas y la resolución de problemas fueron presentadas en esta investigación:

- La matemática es una ciencia rígida que no tiene relación con el mundo real.
- Sólo los estudiantes hábiles pueden comprender las matemáticas.
- Las reglas formales de las matemáticas no pueden ser inventadas ni descubiertas, sólo deben ser memorizadas y mecanizadas.
- Los problemas matemáticos corresponden a una ejercitación de las operaciones o reglas matemáticas enseñadas por el profesor.
- Sólo existe una forma correcta de resolver un problema matemático y, generalmente, lo correcto es utilizar la última regla que el profesor ha demostrado en clases.
- Los problemas matemáticos siempre tienen sólo una respuesta correcta.
- Los estudiantes que han comprendido las matemáticas deben ser capaces de resolver cualquier problema matemático en muy corto tiempo (no más de cinco minutos).

Lamentablemente, estas opiniones de los estudiantes están totalmente relacionadas con sus experiencias vividas dentro de la sala de clases, y reflejan la concepción de enseñanza y metodología utilizada por el profesor en el área de las matemáticas.

Al respecto, es posible observar que alumnos con buen rendi-

miento en este subsector de aprendizaje, presentan dificultades para resolver problemas cuando estos requieren de la utilización de procesos mentales complejos más que de una simple mecanización de cálculos matemáticos. Esto también demuestra que, en general, se dedican más horas de clases a la ejercitación de algoritmos que a la solución de problemas cotidianos que requieren el uso de conocimientos matemáticos. Sin embargo, ambas tareas tienen consecuencias muy distintas en el aprendizaje del alumno, ya que responden a diferentes tipos de objetivos. Desde esta perspectiva, los ejercicios sirven para consolidar y automatizar ciertas técnicas, destrezas y procedimientos que son necesarios para la posterior solución de problemas, pero difícilmente pueden ayudar a que estas habilidades sean transferidas a otros contextos, o que sirvan para el aprendizaje y comprensión de conceptos.

Una experiencia que se contrapone a la anterior corresponde a la aplicación del Proyecto Core Plus<sup>1</sup> efectuada en un colegio de los E.E.U.U., el cual está destinado a diseñar, evaluar y difundir un nuevo currículum para la enseñanza de las matemáticas. Los resultados obtenidos indican que el aprendizaje de este subsector dentro de un contexto real, ayuda a los estudiantes a visualizar las matemáticas como parte de su mundo. Los alumnos presentan mayor disposición y se encuentran más motivados para trabajar presentando mejores resultados en la resolución de problemas.

En consecuencia, las experiencias que han demostrado ser exitosas tanto para el aprendizaje de las matemáticas, como particularmente para la resolución de problemas, se han basado en la aplicabilidad y significatividad de los contenidos programáticos. Así al menos lo confirman algunos resultados de experiencias realizadas en otros países, como el proyecto antes comentado de Core Plus, en Estados Unidos. Sin embargo, el tema es todavía nuevo en Chile. Investigaciones de Tesis en esta línea, intentan aportar, mediante un trabajo teórico y experimental, elementos que permitan elaborar nuevas metodologías de enseñanza, que resulten coherentes con los desafíos educativos

que insisten en la construcción del conocimiento mediante un estrecho vínculo con la realidad y las experiencias significativas de los alumnos.

## II- La Matemática y la resolución de problemas

Lester (1983; en J. I. Pozo y otros, 1994), identifica un problema como "la situación que un individuo o grupo de personas necesitan resolver, sin disponer de un camino rápido y directo que los lleve a la solución". Esta definición, con la cual parecen estar de acuerdo la mayoría de los autores, hace referencia a que una situación sólo puede ser concebida como un problema en la medida que exista un reconocimiento de ella como tal, y que no se disponga de procedimientos automáticos que posibiliten su resolución de forma relativamente inmediata, requiriendo un proceso de reflexión o toma de decisiones acerca de las secuencias de los pasos a seguir.

A lo anterior se debe agregar el interés de la persona por resolver el problema al cual se enfrenta; como bien señalan Campistrous y Rizo (1996) "...si el individuo no está motivado, la situación planteada deja de ser un problema para él, al no sentir el deseo de resolverlo"<sup>2</sup>.

Por tanto, es posible que una misma situación constituya un problema para una persona, mientras que para otra ese problema no exista debido a que posee los mecanismos para resolverla de forma inmediata, o bien, carece de interés por la situación presentada.

Desde el punto de vista matemático, y como bien señala Villarroel<sup>3</sup> (1997), "el concepto de *problema* es concebido como una dificultad planteada por una situación nueva, que debe ser dilucidada por medio del pensamiento lógico-matemático. Éste último, le permitirá al alumno obtener información desconocida a partir de información conocida aplicando reglas lógicas de procesamiento matemático para poder llegar a la solución".

### III. Estrategias de resolución de problemas

La importancia de cómo resolver un problema matemático, recae principalmente en la secuencia de pasos a seguir. Si bien los problemas pueden ser resueltos de diferentes maneras, dependiendo del área específica a la que correspondan, existen una serie de procedimientos y habilidades de resolución comunes a todos los problemas, los que deben ser utilizados en un orden determinado y cuya efectividad dependerá del menor o mayor acierto con que sean aplicados.

Se han hecho varios intentos para descubrir y describir los pasos que sigue un sujeto para resolver un problema.

Polya (1957–1968: en J. I. Pozo y otros. op. cit.), basándose en sus observaciones como profesor de matemática, identificó que

los expertos seguían la siguiente secuencia para resolver problemas matemáticos:

- **Comprensión del problema**
- **Elaboración de un plan**
- **Ejecución del plan**
- **Comprobación de los resultados**

Para visualizar de manera más clara lo expuesto por este investigador, se presenta a continuación una tabla con los pasos mencionados y la explicación correspondiente de cada uno ellos, además se incluyen algunas preguntas que pueden hacer más efectivas sus aplicaciones:

PASOS	EXPLICACIÓN	PREGUNTAS
• Comprensión del problema	La persona se enfrenta al problema y reúne información para poder solucionarlo. Para esto es necesario que el problema contenga aspectos conocidos que permitan guiar la búsqueda de solución.	¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Es suficiente la información para determinar la incógnita?
• Elaboración de un plan	El sujeto intenta utilizar los conocimientos de experiencias pasadas similares para encontrar un método de solución al problema.	¿Me he enfrentado con un problema similar? ¿Podría utilizar el mismo método o uno semejante? ¿Puedo plantearme de otra manera el problema? ¿He considerado todos los datos?
• Ejecución del plan	El sujeto pone en práctica su plan de solución comprobando cada paso	¿Puedo ver claramente y demostrar que los pasos seguidos son correctos?
• Comprobación de los resultados	El sujeto intenta comprobar el resultado y si éste no es satisfactorio se puede plantear la posibilidad de utilizar otro método.	¿Puedo verificar el resultado? ¿Puedo obtener el resultado en forma diferente? ¿Puedo emplear el resultado o método en algún otro problema?

Para Mayer (1983; en J. I. Pozo y otros, 1994), en tanto, el proceso de solución de problemas matemáticos también exige, en primer lugar, que la persona *comprenda el problema y lo traduzca a una serie de expresiones y símbolos matemáticos*. A partir de aquí, se deben programar una serie de *técnicas y estrategias en torno a las distintas submetas que se pretenden alcanzar* para llegar a la solución final. Por último, la persona debe *interpretar y traducir los resultados obtenidos*.

Estas secuencias de pasos han servido como base para desarrollar numerosas estrategias y programas de enseñanza de resolución de problemas matemáticos y cuyas aplicaciones han tenido éxito. Un ejemplo de esto corresponde a la puesta en marcha del programa "Páseselo usted solo", realizada en el Belen High School<sup>1</sup>, en los E.E.U.U. El objetivo de este programa era promover el autoaprendizaje de resolución de problemas matemáticos, los cuales eran generados por los estudiantes en conjunto, dentro de la sala de clases, para luego ser resueltos por grupos pequeños, donde los alumnos debieron identificar el problema, desarrollar un plan para solucionarlo, ejecutar dicho plan y finalmente hacer una revisión de los resultados, con el objetivo de verificar si el plan ejecutado era el adecuado o, en el caso contrario, como podría ser mejorado. Los resultados indicaron que el generar problemas significativos y posteriormente solucionarlos desarrollaba en los alumnos no sólo la capacidad de aplicar procesamientos cognitivos de nivel superior, sino también de conocer y comprender el mundo en que viven.

Desde una perspectiva similar, Irene Villarroel (1997, op. cit.) señala una secuencia de cinco pasos o acciones mentales que los alumnos deben interiorizar para asimilar un procedimiento que les permita resolver problemas matemáticos:

1. *El alumno identifica la información no disponible que se puede obtener a partir de la información entregada*. En este punto, es necesario que el niño sea capaz de identificar, comprender y plantearse preguntas relacionadas con la información entregada en la situación problemática.

2. *El alumno lleva a cabo un proceso de abstracción en el cual se elimina lo que no es pertinente y se mantiene lo esencial en cada caso.* De este modo, el niño debe ser capaz de identificar aquellos datos del problema que deben relacionarse para dar respuesta a una pregunta determinada.
3. *El alumno codifica la información pertinente en un lenguaje matemático con el fin de obtener nueva información.* En este caso, es necesario que el niño domine la utilidad y el significado de cada operación matemática. Esto le permitirá plantear un modelo matemático adecuado a la situación problemática y a la obtención de la nueva información.
4. *El alumno realiza las operaciones matemáticas correspondientes.* En este punto se encuentran los ejercicios destinados a efectuar operaciones. Esto implica que el niño debe ser capaz de manejar el algoritmo correspondiente a la o las operaciones matemáticas empleadas para encontrar la solución del problema.
5. *El alumno interpreta los resultados de las operaciones en términos de la información requerida.* Este último paso es considerado esencial por la autora, ya que el niño debe ser capaz de decodificar el resultado de la operación matemática empleada, dándole una interpretación concreta dentro del contexto del problema planteado. De este modo el alumno comprenderá la verdadera utilidad de haber encontrado una solución al problema.

Otra estrategia de resolución de problemas corresponde al Modelo IDEAL creado por los autores J.Bransford y B. Stein (1986). Si bien este modelo no apunta directamente a la resolución de problemas en el área específica de las matemáticas, es importante conocer sus planteamientos, ya que los pasos de resolución propuestos pueden ser aplicados a cualquier tipo de problemas.

Estos autores mencionan cinco componentes esenciales "que pueden ser de gran ayuda para adquirir mayor conciencia de nuestros propios procesos de resolución de problemas y, por

consiguiente, para mejorar nuestra capacidad de pensamiento y aprendizaje"<sup>15</sup>:

- I → Identificación del problema.** En este punto el sujeto debe ser capaz de identificar y detectar problemas potenciales.
- D → Definición y representación del problema.** En este punto es necesario que el problema sea definido y representado con toda precisión y cuidado, con el fin de evitar confusiones posteriores que impidan la resolución adecuada del problema.
- E → Exploración de posibles estrategias.** Este elemento consiste en explorar distintas vías o métodos de resolución, para lo cual es necesario analizar el problema considerando la utilización de las estrategias disponibles más adecuadas para dar una solución.
- A → Actuación fundada en una estrategia.** Este componente corresponde a la aplicabilidad de la estrategia seleccionada.
- L → Logros. Observación y evaluación de los efectos de las actividades.** Este último aspecto del Modelo IDEAL hace referencia al análisis final de los logros alcanzados una vez aplicada la estrategia. De este modo se evalúa la efectividad de la estrategia y de la solución obtenida.

A los pasos anteriormente descritos se pueden agregar los planteamientos de los autores Campistrous y Rizo, quienes señalan la importancia de la *modelación*, es decir, de la elaboración de esquemas y/o gráficos por parte de los alumnos, ya que estos les permiten "...reproducir las relaciones fundamentales que se establecen en el enunciado de un problema, despejando elementos innecesarios o términos que dificultan la comprensión"<sup>16</sup>. De este

modo el alumno puede visualizar los elementos que componen el enunciado y las relaciones que se establecen entre ellos, facilitando el descubrimiento de la vía de solución.

Estos autores señalan que la forma de graficar un problema es muy personal, ya que depende de la interpretación que cada individuo hace del enunciado, sin embargo, plantean que ésta es una habilidad posible de ser desarrollada con una enseñanza y ejercitación adecuadas.

En síntesis, si bien son numerosos los autores e investigadores que plantean diferentes estrategias de resolución de problemas, no cabe duda que existe una secuencia general de pasos relativamente comunes para todas las estrategias que aquí se han planteado.

#### IV. La enseñanza de resolución de problemas matemáticos basada en el logro de un aprendizaje significativo

El objetivo fundamental de la enseñanza de la matemática apunta hacia el desarrollo del pensamiento lógico matemático, esto implica, entre otras cosas, capacitar a los alumnos para analizar y relacionar datos, interpretar resultados, formular preguntas e inferir información desconocida a partir de información conocida (Villarreal, op. cit.). La actividad que más se relaciona con el logro de dicho objetivo, corresponde a la resolución de problemas matemáticos, ya que exige, precisamente, la aplicación de las habilidades mencionadas.

En efecto, para resolver una situación problemática en esta área, es necesario analizar los datos proporcionados, codificar en símbolos matemáticos aquellos que tienen relación con la pregunta formulada, aplicar ciertas reglas u operatoria específica, e interpretar o decodificar el resultado obtenido.

De este modo, el interés de las matemáticas por la resolución de problemas, se debe, por un lado, a la idea de que el pensamiento

lógico-matemático promueve el razonamiento en otros campos del conocimiento y, por otro lado, a que una mayor profundización en los conocimientos y procedimientos matemáticos ayudarían a la evolución de otras ramas científicas y tecnológicas, e incluso, a resolver más efectivamente las tareas cotidianas.

Sin embargo, la resolución de problemas es un aprendizaje que no se logra espontáneamente después de resolver muchos problemas. "Su adquisición corresponde a un proceso largo, en el cual sólo puede hablarse de progresos, avances o perfeccionamientos, pero no de término" (Villarreal, op. cit.). Por esta razón, la utilización de una metodología que apunte hacia el logro de un aprendizaje significativo es clave para que el alumno sea realmente capaz de resolver problemas matemáticos, y no sólo de utilizar operaciones en forma mecánica, las que pueden, incluso, no tener sentido para él.

##### IV.1 Fundamentos teóricos y prácticos acerca de la importancia del logro de un aprendizaje significativo en la enseñanza de las matemáticas

Diversos autores plantean la importancia de centrar en los alumnos la enseñanza de las matemáticas con el objetivo de lograr un *aprendizaje significativo*. Los fundamentos son diversos, sin embargo, todos apuntan hacia la necesidad de mejorar la efectividad de la enseñanza y, por ende, de la permanencia de los conocimientos adquiridos, con el fin último de aplicar dichos conocimientos a situaciones problemáticas de la vida diaria.

Desde una perspectiva amplia de la enseñanza, J. Moya (1997), basado en la Teoría del Aprendizaje propuesta por Ausubel, señala que el *aprender significativamente* implica la adquisición de nuevos significados, lo que se logra gracias a la relación mental que se hace entre la nueva información y los conocimientos ya adquiridos o conocimientos previos. De este modo, aumenta la posibilidad de almacenar gran cantidad de información y con alta probabilidad de que ella permanezca en el largo plazo.

Coll y Solé (1996), por su parte, plantean que “una escuela de calidad será aquella capaz de atender a la diversidad”. Desde esta perspectiva, la enseñanza debe basarse en las experiencias, intereses y conocimientos previos, ya que a partir de los propios significados que posea el niño, se modificarán y construirán nuevos significados, reorganizando de este modo su estructura mental. En otras palabras, se estará aprendiendo significativamente cuando el niño logre construir un significado propio y personal. Para estos autores, este proceso de aprendizaje conduce a la integración, modificación y establecimiento de relaciones y coordinación entre los conocimientos previos y la nueva información reestructurando y reorganizando la estructura mental.

Desde una perspectiva más específica, A. J. Baroody (1988) plantea que para el logro de una *enseñanza significativa de las matemáticas*, es necesario que el profesor considere los conocimientos previos y la matemática informal de los alumnos, ya que esto “ayudará a los niños a ver cómo los símbolos y procedimientos formales se conectan con sus conocimientos matemáticos prácticos y los potencian” (Broody, op. cit. pág. 156). Este autor se refiere a la *matemática informal* como a aquellos conocimientos lógico-matemáticos (clasificación, seriación, noción de cantidad, etc.) que el niño va adquiriendo a través de sus experiencias de vida, ya sea por la relación con adultos, con sus pares o con los medios de comunicación.

Al respecto, Brown (1989), Greeno (1991) y Vygotsky (1978)<sup>7</sup>, señalan que la adquisición del conocimiento es más que un proceso cognitivo, ya que en él inciden la construcción mental, características esenciales del aprendizaje en interacción con el contexto social, cultural y, especialmente, en la participación de actividades reales y prácticas.

En relación a la enseñanza dentro de la sala de clases, De Corte (1989) menciona que “los procesos de aprendizaje constructivo deberían estar insertos dentro de contextos ricos en recursos y materiales de aprendizaje, que ofrezcan oportunidades para la interacción social y que sean representativos de las clases de tareas y problemas en las que el alumno tenga que aplicar sus cono-

cimientos y habilidades en el futuro”. Un ejemplo claro de estos planteamientos corresponde a la elaboración del Programa de Matemática Interactiva (IMP)<sup>8</sup>, el cual fue creado con fin de dar solución a las deficiencias presentadas en la enseñanza de las matemáticas debido, principalmente, a la falta de significatividad tanto de las actividades como de los problemas planteados. Este programa fue aplicado en un colegio de E.E.U.U., llegando a la siguiente conclusión: “*Al ubicar el aprendizaje de las matemáticas dentro de un contexto real, los estudiantes visualizan esta asignatura como parte de su mundo, presentándose más motivados para trabajar*”. De este modo, los alumnos comprenden y valoran la utilidad de las matemáticas en la vida diaria.

Todos estos planteamientos enfatizan la importancia de presentarle al alumno situaciones sobre las cuales tiene algún tipo de conocimiento, ya que de este modo las actividades le serán interesantes y motivadoras, y además, se estará facilitando la construcción de nuevas estructuras de conocimiento a partir de la información que el niño posee almacenada en su memoria.

#### IV.2 Aspectos metodológicos a considerar en la enseñanza de resolución de problemas matemáticos para el logro de un aprendizaje significativo

En relación a la presentación de problemas en el aula y considerando los planteamientos anteriores, L. Cattaneo y otros (1997: pág. 58) señalan que “la significatividad del problema es lo que lo hará atractivo, y lo convertirá en un desafío que impulse al alumno a esforzarse por resolverlo”. Esto a su vez lleva implícita la necesidad de conocer los conocimientos previos de los aprendices, con el fin de presentarles problemas significativos y posibles de ser resueltos, es decir, que posean una base o estructura mental con la cual puedan relacionar dicho problema.

De este modo, el éxito de las metodologías utilizadas para la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos, dependerá directamente del contexto en que se realicen. Es así como los métodos de resolución de problemas que han tratado de en-

señar determinadas técnicas fuera de contexto y sin considerar los distintos contenidos matemáticos, no han logrado el éxito que se esperaba, ya que ponen mayor énfasis en la mecanización de técnicas operatorias que en el desarrollo de habilidades y destrezas cognitivas superiores, necesarias para resolver un problema.

Al respecto, Irene Villarroel (op. cit.) plantea que la operación matemática propiamente tal, cumple un papel secundario en la resolución de problemas matemáticos, ya que las operaciones mentales que intervienen en la resolución de problemas, son de un nivel superior a las necesarias para la memorización o para el uso de técnicas operatorias poniendo de manifiesto que la operatoria debe estar al servicio de la resolución de problemas y no viceversa.

Por esta razón, el énfasis debe estar puesto en el saber interpretar los datos de un problema, determinar cuándo y qué operación aplicar para resolverlo y cómo interpretar los resultados que ellas proporcionan.

Estas competencias superiores deben lograrse en interacción, como resultado de actividades significativas, que despierten el interés y requieran, entre otras cosas, la elaboración de relaciones, deducciones y síntesis, junto con permitir al alumno reflexionar y discutir acerca del problema y su solución, ya que no siempre las preguntas planteadas tienen una única respuesta, sino que depende de cómo se interpreten los datos o la situación misma.

Otro aspecto importante a considerar en la metodología, corresponde al *aprendizaje colectivo*. La significatividad del aprendizaje no está dada sólo por la relación de los nuevos contenidos con los conocimientos que posee el alumno. Diversas experiencias dentro de la sala de clases demuestran que los estudiantes, al enfrentarse a problemas de la vida real, presentan mayor interés y motivación cuando la búsqueda de la solución la realizan en conjunto con sus pares. Es así como, los alumnos de educación media del Ryan High School<sup>9</sup> (Philadelphia, U.S.A.), luego

de la aplicación de un proyecto que abarcaba el aprendizaje colectivo, presentaron una mayor motivación para trabajar logrando resolver los problemas con éxito. Una vez finalizado el proyecto, se le pidió la opinión a cada estudiante acerca de los beneficios que este tipo de aprendizaje les aportaba. Algunas de sus respuestas fueron las siguientes:

- *“Resolver problemas en conjunto es entretenido...”*
- *“Hemos aprendido en conjunto a resolver problemas reales...”*
- *“Tengo una nueva visión del trabajo en grupo. Con comunicación y entusiasmo, el esfuerzo grupal puede producir un gran producto, además, de ser una muy buena experiencia...”*

Todo lo anterior, indica que es necesario proponer problemas relacionados con situaciones de la vida real, que favorezcan un aprendizaje cooperativo. Esto permitirá a los alumnos conocer y comprender el mundo en que viven. Sentirán que la tarea de resolver problemas es una actividad interesante y valiosa, desarrollando así una actitud positiva frente al área de las matemáticas. De este modo, una enseñanza adecuada de las matemáticas permitirá, no sólo el desarrollo de aspectos conceptuales y habilidades cognitivas, sino también rasgos de carácter formativo, ya que desde esta perspectiva la matemática constituye un vehículo para el desarrollo de la comunicación con los pares, la creatividad, la imaginación y la capacidad para experimentar, así como también, el manejo de la deducción, la inducción y la lógica.

### a) El rol que puede asumir un problema dentro de la enseñanza significativa:

Para Cattaneo y otros (1997), el rol del problema está determinado por el objetivo que se pretende lograr. La claridad que el profesor tenga al respecto ayudará a utilizar correctamente el problema, facilitando el logro de dicho objetivo. De este modo, se distinguen tres roles fundamentales que puede asumir un problema matemático:

- **Como motivador de un tema nuevo:** desde el punto de vista pedagógico, el problema puede ser utilizado como motivador para la introducción de un concepto nuevo.
- **Como medio para afianzar conocimientos ya adquiridos:** siguiendo en el campo pedagógico, el problema puede ser usado para afianzar conocimientos ya adquiridos, donde lo nuevo sea el enfoque con que se presenta dicho concepto.
- **Rol formativo del problema:** desde esta perspectiva, el elaborar la solución del problema influye directamente en la formación de la personalidad, permite el desarrollo de la confianza y autoestima, junto con una actitud positiva frente a las matemáticas. Además, los pasos utilizados para resolver un problema matemático, son los mismos que permiten resolver con solvencia cualquier cuestión de la vida cotidiana.

Veamos el siguiente ejemplo:

Problema matemático	Situación problemática de la vida cotidiana
Si con 3 kg. de frutillas preparo 2 kg. de mermelada. ¿Cuántos kg. de frutillas necesitaré para preparar 3 + kg. de mermelada?	Hacer un queque por primera vez

Pasos a seguir para resolver un problema (según Polya)	Problema matemático	Problema de la vida cotidiana
1. Comprender el problema	Lectura comprensiva del enunciado.	Lectura atenta de la receta.
2. Elaborar un plan de solución	Identificar y relacionar los datos que me sirven para llegar a la solución (cantidad de frutillas y mermelada y su proporción).	Reunir los ingredientes y los utensilios necesarios.
3. Ejecutar ese plan	Plantear la regla de tres y hacer los cálculos	Seguir las instrucciones de preparación y hornear.
4. Examinar los resultados	Comprobar si los resultados obtenidos son lógicos.	Probar el queque y anotar si se debe modificar la receta.

Sin embargo, muchos de los problemas que se presentan en la vida diaria no son tan fáciles de resolver por medio de este esquema tan estructurado. En consecuencia, se hace necesario mantener una postura crítica para elegir el camino más adecuado, y flexibilidad del pensamiento para utilizar distintos métodos en caso de que sea necesario.

#### b) El rol del profesor en la enseñanza significativa de resolución de problemas matemáticos:

La labor del profesor es fundamental para el aprendizaje de la resolución de problemas, ya que de él dependen las metodologías a utilizar. A continuación se presentan los principales aspectos que el profesor debe considerar en dicha enseñanza (Basado en Cattaneo y otros, op. cit.):

- *Antes de plantear un problema, el profesor debe conocer la capacidad y conocimientos formales e informales que poseen sus alumnos respecto a dicho problema.* En una reciente investigación se ha encontrado que niños sin escolarizar, que se dedican a la venta en las calles, tienen ciertas ideas sobre las operaciones matemáticas básicas y poseen sus propias técnicas y estrategias para llevar a cabo estas operaciones (Gómez-Granell y Moreno, 1992; Gómez-Granell y Fraile, 1993; citados en J. I. Pozo y otros, op. cit.). De este modo se comprueba que muchas veces los alumnos poseen conocimientos previos y estrategias propias de resolución de problemas, las cuales pueden ser aprovechadas por el niño y por el profesor para enriquecer los conocimientos de los otros alumnos, con el fin de lograr un aprendizaje significativo, utilizando como instrumento las experiencias de la vida cotidiana.

Por tanto, se hace indispensable una evaluación diagnóstica de los alumnos, que abarque, no sólo los conocimientos previos, sino también actitudes, motivaciones e intereses presentadas en relación al subsector de aprendizaje.

- Una vez diagnosticados los alumnos, *el profesor deberá seleccionar problemas significativos que apunten hacia el logro del objetivo propuesto.*

- Otro aspecto que se debe considerar es la *orientación que el profesor entregará a sus alumnos en relación a la solución del problema.* Esto no significa que sugiera dicha solución, sino, estar atento para decidir si es necesario o no entregar alguna información o hacer alguna pregunta oportuna (ej.: ¿Leíste bien el problema?). Al respecto, los resultados de una investigación realizada por Siegler (1985; en M. D. Calero, 1995), demostraron que los alumnos mejoraban su capacidad de actuación para resolver problemas matemáticos cuando el instructor les enseñaba a fijarse en los aspectos relevantes del problema.

- *El profesor debe estimular la resolución del problema, valorando el esfuerzo del alumno* (aunque éste no llegue a resultados exitosos) y ayudándolo a descubrir los errores cometidos con el fin de sacar provecho de ellos.

- Finalmente, *el profesor debe ser un modelo en la resolución de problemas*, es decir, debe demostrar que resolver un problema no es cosa fácil, y que incluso él también se puede equivocar. En consecuencia, es recomendable que al demostrar a los alumnos la resolución de un problema, lo haga en voz alta para que ellos comprendan los procedimientos y pasos a seguir, lo que a su vez les permitirá visualizar y corregir el problema en caso de presentar algún error.

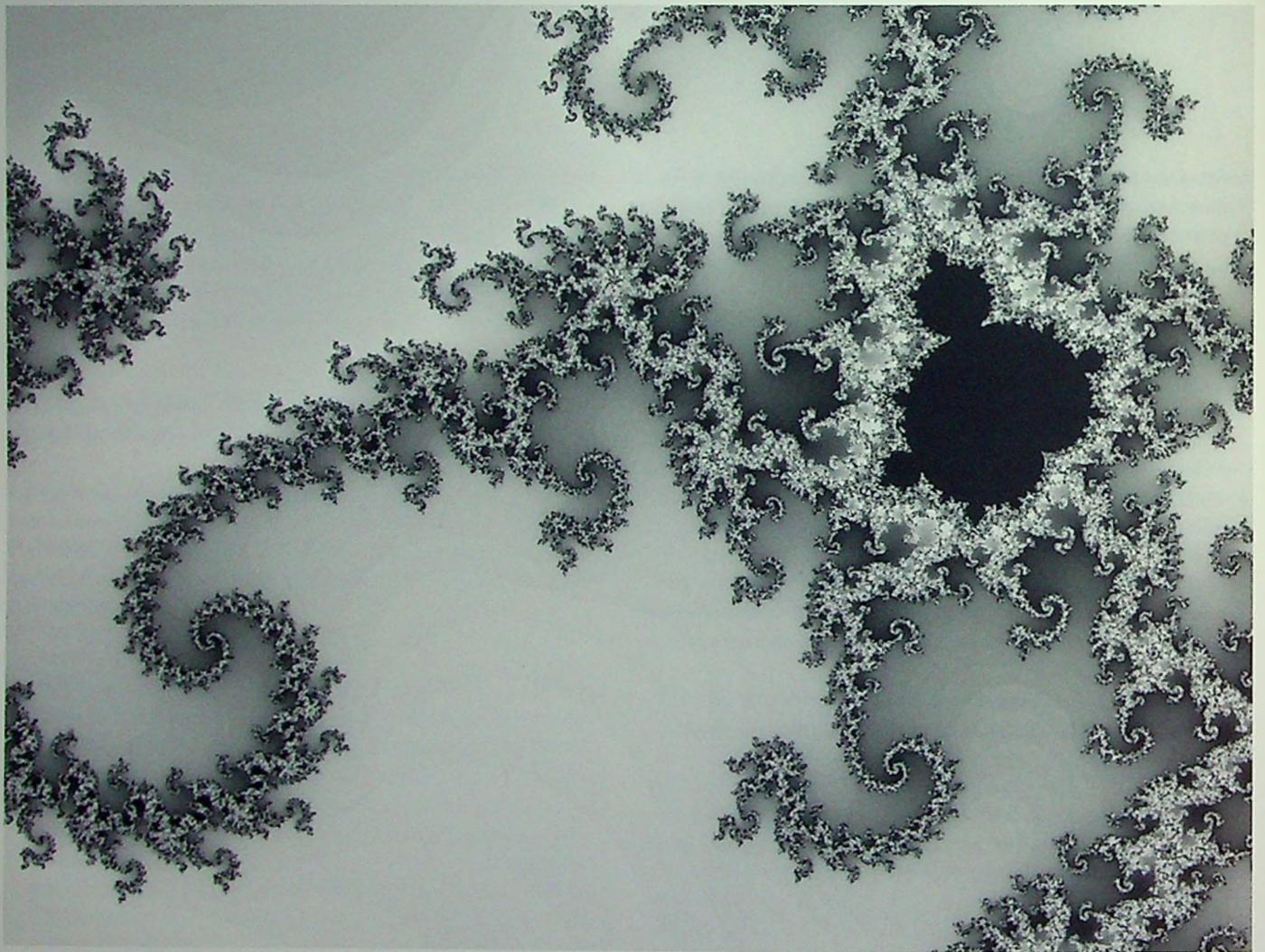
#### V. Síntesis final

En síntesis, la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos, debe considerar los siguientes aspectos:

## LA IRUPCIÓN DE LA GEOMETRÍA FRACTAL

- **los conocimientos previos que posee el alumno** con el fin de relacionarlos con los nuevos conocimientos, procurando así, estructuras mentales estables correspondientes a un aprendizaje profundo.
- **los intereses del niño**, con el fin de presentar problemas motivadores que le ayuden a aprender a resolver problemas y a comprender la utilidad de dicho aprendizaje en base a hechos de la vida cotidiana.
- **la enseñanza de una estrategia de resolución de problemas matemáticos**, enfatizando y llevando a la práctica la aplicabilidad de cada uno de los pasos que la componen.
- **el trabajo grupal e individual**, ya que esto ayudará al niño a comunicar y organizar sus ideas, además de relacionarse con sus pares con un fin determinado (resolver un problema).

- 1 Véase Revista Educational Leadership; vol. 53, n°8, May. 1996, pág. 22-25.
- 2 "Aprende a resolver problemas aritméticos"; (1996).
- 3 Apuntes de clases del curso "Dificultades del aprendizaje de las Matemáticas", dictado el segundo semestre de 1997 en el Magister de Educación Especial - Pontificia Universidad Católica de Chile.
- 4 Revista Mathematics Teacher, vol. 89, n°5, May 1996, pág. 383-385.
- 5 "Solución ideal de problemas"; (1986) pág 14.
- 6 "Aprende a resolver problemas aritméticos"; (1996), pág. 12.
- 7 En E. De Corte, 1995 ("Fostering Cognitive Growth: A perspective from research on Mathematics learning and instruction")
- 8 Véase Revista Educational Leadership, vol. 53, n°8, May. 1996, pág. 18-21.
- 9 Revista Mathematics Teacher; vol. 89, n°7, Oct. 1996, pág. 598-601.



**Visión parcial del conjunto  
de Mandelbrot**

Este objeto matemático, «el  
más complejo de los fractales»,  
se obtiene de una ecuación bas-  
tante simple  $Z = Z^2 + C$   
(Trabajo computacional de Da-  
niel Cavas)